



## 4. Fracciones

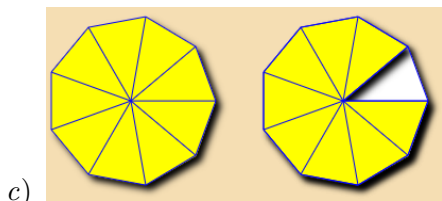
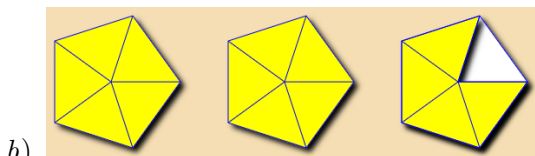
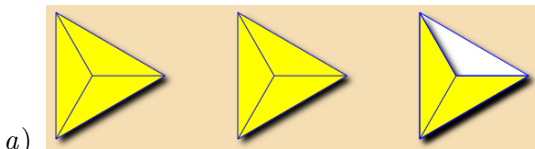
4.1. Fracciones equivalentes . . .	17
4.2. Fracción irreducible . . . . .	18
4.3. Suma y resta de fracciones .	18
4.4. Fracción de un número . . .	18
4.5. Producto de fracciones . . .	19
4.6. División de fracciones . . .	20
4.7. Problemas . . . . .	21

### 4.1. Fracciones equivalentes

Dos fracciones  $\frac{a}{b}$  y  $\frac{c}{d}$  son **equivalentes** cuando representan la misma cantidad, cumpliéndose que,

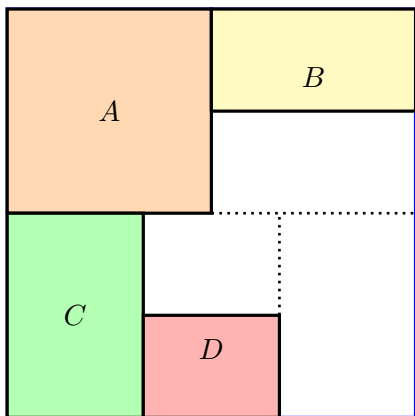
$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \iff a \cdot d = b \cdot c$$

1. ¿Qué fracción se ha coloreado en cada figura?



a)  $\frac{8}{3}$  b)  $\frac{14}{5}$  c)  $\frac{17}{9}$  ◀

2. Halla la fracción del cuadrado que representa cada región coloreada, A, B, C y D.



$A = \frac{1}{4}; B = \frac{1}{8}; C = \frac{1}{6}; D = \frac{1}{12}$ ; ◀

3. Halla 3 fracciones equivalentes a:

a)  $\frac{2}{6} =$

b)  $\frac{10}{15} =$

c)  $\frac{12}{18} =$

#### Cómo se comparan fracciones

Comprobar que:

$$\frac{1}{3} < \frac{2}{5} < \frac{9}{20}$$

Se reducen a común denominador hallando el m.c.m.(3, 5, 20) = 60

$$(60 : 3) \cdot 1 = 20 \quad \frac{1}{3} = \frac{20}{60}$$

$$(60 : 5) \cdot 2 = 24 \quad \frac{2}{5} = \frac{24}{60}$$

$$(60 : 20) \cdot 9 = 27 \quad \frac{9}{20} = \frac{27}{60}$$

En efecto

$$\frac{20}{60} < \frac{24}{60} < \frac{27}{60}$$

4. Ordena de menor a mayor las fracciones, reduciendo a común denominador:

$$\frac{1}{3} \quad \frac{4}{5} \quad \frac{7}{15}$$

5. Ordena de menor a mayor las fracciones, reduciendo a común denominador:

$$\frac{5}{2} \quad \frac{3}{4} \quad \frac{5}{12}$$

## 4.2. Fracción irreducible

Una fracción  $\frac{a}{b}$  es **irreducible** cuando  $a$  y  $b$  son primos entre si.

6. Calcula la fracción irreducible de:

$$\begin{array}{ll} a) \frac{12}{20} = & c) \frac{81}{18} = \\ b) \frac{52}{36} = & d) \frac{12}{48} = \end{array}$$

## 4.3. Suma y resta de fracciones

Para sumar o restar fracciones, las reducimos previamente a **común denominador**.

### Ejemplo con suma de fracciones

Opera la fracciones

$$\frac{5}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{12} =$$

Se reduce a común denominador hallando el m.c.m.(3, 4, 12) = 12

$$\frac{20}{12} - \frac{3}{12} + \frac{1}{12} = \frac{20 - 3 + 1}{12} = \frac{18}{12} = \frac{3}{2}$$

7. Realiza las operaciones con fracciones:

$$\begin{array}{ll} a) \frac{1}{4} + \frac{1}{2} & e) \frac{3}{12} + \frac{7}{3} - \frac{1}{6} \\ b) \frac{11}{6} - \frac{5}{6} + \frac{1}{6} & f) \frac{5}{2} + \frac{1}{8} - \frac{3}{4} \\ c) \frac{5}{2} - \frac{3}{4} - \frac{5}{12} & g) \frac{5}{4} - \frac{5}{3} + \frac{7}{12} \\ d) \frac{11}{30} - \frac{3}{5} + \frac{4}{15} & h) \frac{1}{4} + \frac{3}{8} - \frac{5}{16} \end{array}$$

a) 3/4 b) 7/6 c) 4/3 d) 1/30  
e) 29/12 f) 15/8 g) 1/6 h) 5/16 ◀

## 4.4. Fracción de un número

Para hallar la fracción  $\frac{a}{b}$  de un número  $N$  se multiplica,

$$\frac{a}{b} \cdot N = \frac{aN}{b}$$

**¿Por qué?**

$$\frac{a}{b} \cdot N = \frac{a}{b} + \frac{a}{b} + \dots + \frac{a}{b} = \frac{a \cdot N}{b}$$

8. Hallar:

a)  $\frac{3}{4}$  de 16,  $\frac{3}{4} \cdot 16 = 3 \cdot 4 = 12$

b)  $\frac{2}{3}$  de 42

c)  $\frac{4}{5} \cdot 20$

d)  $\frac{3}{4} \cdot 12$

e)  $\frac{2}{3} \cdot 33$

f)  $\frac{4}{5} \cdot 20$

g)  $\frac{4}{5} \cdot 100$

a) 12 b) 28 c) 16 d) 9 e) 22 f) 16 g) 80 ◀

9. Ana gasta los  $\frac{4}{5}$  de sus ahorros. Si tiene 200 € ahorrados, ¿cuánto ha gastado Ana?

► **Solución:**

$$\frac{4}{5} \cdot 200 = \frac{4 \cdot 200}{5} = 4 \cdot 40 = 160$$

10. De una clase de 24 alumnos, la cuarta parte suspende matemáticas. ¿Cuántos alumnos han suspendido?

11. De una clase de 24 alumnos, dos tercios practican algún deporte. ¿Cuántos alumnos practican algún deporte?

12. Juan gasta  $\frac{2}{5}$  de 100 €. ¿Cuánto gasta Juan?

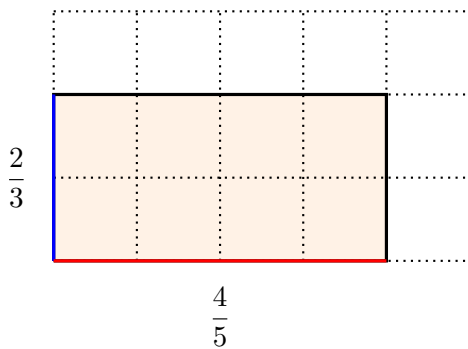
## 4.5. Producto de fracciones

Para **multiplicar** dos fracciones  $\frac{a}{b}$  y  $\frac{c}{d}$ , se multiplican los numeradores y los denominadores respectivamente.

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$$

### ¿Por qué?

Daremos una explicación gráfica. De una tabla de madera quieres recortar otra que tenga  $\frac{2}{3}$  de alto por  $\frac{4}{5}$  de ancho. Analiza el gráfico inferior y observa que



$$\frac{2}{3} \cdot \frac{4}{5} = \frac{2 \cdot 4}{3 \cdot 5} = \frac{8}{15}$$

13. Realiza los productos con fracciones:

a)  $\frac{1}{4} \cdot \frac{2}{3}$

d)  $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}$

b)  $\frac{10}{3} \cdot \frac{6}{5}$

e)  $\frac{1}{6} \cdot 30 \cdot \frac{6}{5}$

c)  $10 \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{6}{5}$

f)  $10 \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{6}{5}$

a) 1/6 b) 4 c) 4 d) 1/8 e) 6 f) 4 g) 8 ◀

14. Ana gasta  $\frac{4}{5}$  de los  $\frac{3}{4}$  de sus ahorros. Si tenía 200 € ahorrados, ¿cuánto ha gastado Ana?

▶ 120

15. Cada metro cuadrado de una alfombra cuesta  $\frac{28}{5}$  de euro. ¿Cuántos euros cuestan  $\frac{15}{4}$  metros cuadrados?

▶ 21

16. Calcula los productos siguientes:

a)  $3 \cdot \frac{1}{3}$

c)  $a \cdot \frac{1}{a}$

e)  $\frac{2}{9} \cdot \frac{9}{2}$

b)  $\frac{1}{5} \cdot 5$

d)  $\frac{4}{3} \cdot \frac{3}{4}$

f)  $\frac{a}{b} \cdot \frac{b}{a}$

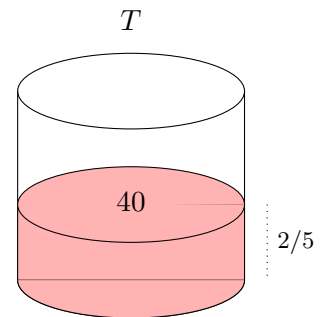
▶ 1

17. **La parte y el todo.** Si 40 litros son los  $\frac{2}{5}$  del total  $T$  de un depósito, ¿cuál es la capacidad total  $T$ ?

$$\frac{2}{5} \cdot T = 40$$

$$\frac{5}{2} \cdot \frac{2}{5} \cdot T = \frac{5}{2} \cdot 40$$

$$T = \frac{5}{2} \cdot 40 = 100$$



18. Si los  $\frac{3}{4}$  de un depósito son 600 litros, ¿cuál es la capacidad total del depósito?

▶ 800

19. De un depósito con 600 litros de gasoleo consumimos los  $\frac{3}{4}$ . ¿Cuántos litros quedan en el depósito?

▶ 150

20. He comprado  $\frac{3}{5}$  de una empanada y ha pesado 300 gramos. ¿Cuánto pesa la empanada completa?

▶ 500

21. Si han aprobado matemáticas 10 alumnos que son los  $\frac{2}{3}$  de una clase, ¿de cuántos alumnos consta la clase?

▶ 15

22. Realiza las operaciones con fracciones:

a)  $1 + \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3}$

e)  $\frac{1}{6} \cdot 12 + 4$

b)  $1 - \frac{1}{5} \cdot \frac{10}{3}$

f)  $\frac{1}{2} \cdot 4 + 6 \cdot \frac{1}{3}$

c)  $3 + 2 \cdot \frac{1}{3}$

g)  $\frac{1}{6} \cdot 30 \cdot \frac{6}{5}$

d)  $\frac{1}{2} + \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{2}$

h)  $10 \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{6}{5}$

a) 4/3 b) 1/3 c) 11/3 d) 3/5 e) 6 f) 4 ◀



## 4.6. División de fracciones

Para **dividir** dos fracciones  $\frac{a}{b}$  y  $\frac{c}{d}$ , se multiplican en cruz

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}$$

### ¿Por qué?

Daremos una explicación utilizando la división como un reparto.

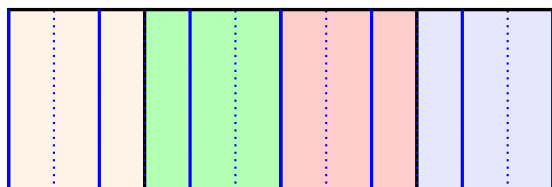
Completa estos ejercicios:

- Con 6 litros de agua, ¿cuántas botellas de 3 litros puedes llenar?

$$6 : 3 = \frac{6}{1} : \frac{3}{1} = \frac{6}{3} = 2$$

- Con 6 litros de agua, ¿cuántas botellas de 1/2 litro puedes llenar?
- Con 6 litros de agua, ¿cuántas botellas de 1/3 de litro puedes llenar?
- Con 6 litros de agua, ¿cuántas botellas de 2/3 de litro puedes llenar?
- Con 6/5 litros de agua, ¿cuántas botellas de 3/10 de litro puedes llenar?

Como  $\frac{6}{5} = \frac{12}{10}$  litros, hemos representado en la figura inferior 12 regiones de 1/10 de litro cada una.



$$\frac{3}{10} \quad \frac{3}{10} \quad \frac{3}{10} \quad \frac{3}{10}$$

siendo cada botella de 3/10 de litro, podrás llenar 4 botellas. De forma directa

$$\frac{6}{5} : \frac{3}{10} = \frac{6 \cdot 10}{5 \cdot 3} = 4 \text{ botellas}$$

23. Con 3000 kg de arena, ¿cuántos sacos de 5/2 kg puedes llenar? ▶ 1200

24. Efectúa estas divisiones:

a)  $3 : \frac{1}{4}$                       c)  $\frac{1}{40} : \frac{1}{30}$   
 b)  $\frac{1}{4} : 3$                       d)  $\frac{1}{2} : \frac{1}{100}$

a) 12    b) 1/12    c) 3/4    d) 50 ◀

25. Realiza las operaciones con fracciones:

a)  $\frac{1}{4} + \frac{1}{6}$                       f)  $\frac{5}{3} - \left(\frac{1}{8} + \frac{3}{4}\right)$   
 b)  $\frac{11}{8} - \frac{5}{6}$                       g)  $\frac{5}{4} - \left(\frac{1}{3} + \frac{7}{12}\right)$   
 c)  $\frac{5}{6} - \frac{3}{4}$                       h)  $\frac{2}{3} \cdot \frac{5}{6} - \frac{1}{4}$   
 d)  $\frac{17}{30} + \frac{3}{5} + \frac{11}{15}$               i)  $\frac{5}{12} - \frac{1}{10} : \frac{1}{3}$   
 e)  $\frac{3}{10} + \frac{7}{5} + \frac{1}{6}$               j)  $\frac{3}{5} - \frac{1}{10} + \frac{1}{15}$

a) 5/12    b) 13/24    c) 1/12    d) 19/10    e) 28/15  
 f) 19/24    g) 1/3    h) 11/36    i) 7/60    j) 17/30 ◀

26. Realiza las operaciones con fracciones:

a)  $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} + \frac{1}{4}$   
 b)  $\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4}\right) : 5$   
 c)  $\frac{2}{7} : \frac{9}{4} + \frac{1}{6} : \frac{7}{5}$   
 d)  $20 : \frac{8}{3} - 6 : \frac{4}{5}$   
 e)  $\left(4 + \frac{6}{5}\right) : \left(5 + \frac{4}{4}\right) - \frac{1}{6} : 8$   
 f)  $\left(\frac{2}{3} + \frac{3}{4}\right) \cdot \left(\frac{12}{5}\right)$   
 g)  $\left(2 \cdot \frac{1}{3} - 3\right) : \left(1 + \frac{1}{3}\right)$   
 h)  $\left(3 - \frac{3}{5}\right) \left(\frac{2}{3} + \frac{3}{4}\right)$

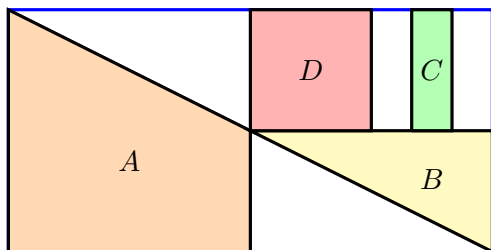
a) 5/12    b) 1/12    c) 31/126    d) 0  
 e) 203/240    f) 17/5    g) -7/4    h) 17/5 ◀



## 4.7. Problemas

### Problemas

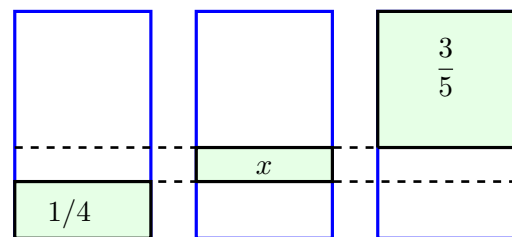
27. Doce de cada veinte personas que van al circo son niños. ¿Qué fracción de los asistentes al circo son niños? ▶  $\frac{3}{5}$
28. Con un bidón de 20 litros se llenan 200 frascos de agua de colonia. ¿Qué fracción de litro entra en cada frasco? ▶  $\frac{1}{10}$
29. Se dice que pasamos un tercio de nuestra vida durmiendo. Si vivimos 81 años, ¿cuánto tiempo habremos estado durmiendo? ▶ 27
30. En un concurso-oposición aprueban 15 candidatos y suspenden 35. ¿Qué fracción de los opositores ha aprobado? ▶  $\frac{3}{10}$
31. En una recaudación para ayudar a los afectados por una riada han colaborado 120 alumnos de los 160 de primer curso y 90 de los 110 de segundo curso. ¿Qué curso ha colaborado más? ▶ 2º
32. Halla la fracción del rectángulo que representa cada región coloreada,  $A$ ,  $B$ ,  $C$  y  $D$ .



$$A = \frac{3}{8}; B = \frac{1}{8}; C = \frac{1}{24}; D = \frac{1}{8}; \blacktriangleleft$$

33. Se han sembrado de alfalfa los  $\frac{4}{5}$  de la superficie de una finca, y aún quedan 600 metros cuadrados sin sembrar. ¿Cuál es la superficie total de la finca? ▶ 3000
34. En una jaula de ratones 15 son negros y 35 son blancos. ¿Qué fracción de los ratones son negros? ▶  $\frac{3}{10}$

35. Ana y Rosa han comprado un bolígrafo cada una. Ana ha gastado  $\frac{4}{5}$  de un euro, y Rosa, 75 céntimos. ¿Cuál de los dos bolígrafos ha salido más caro? Ana ▶ 0,80
36. En una estantería hay 30 libros. Cinco sextas partes son novelas. ¿Cuántas novelas hay en la estantería? ▶ 25
37. De un bidón de aceite de 40 litros se han extraído  $\frac{3}{8}$ . ¿Cuántos litros se han extraído? ▶ 15
38. En estos tres rectángulos idénticos se ha sombreado una fracción. Halla la fracción  $x$  sombreada en el rectángulo central.

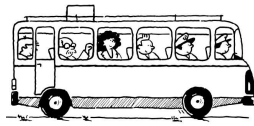


39. Julia compró un queso de 2 kilos y 800 gramos, pero ya ha consumido dos quintos. ¿Cuánto pesa el trozo que queda? ▶ 1680
40. ¿Cuánto cuestan tres cuartos de kilo de pastas de té, que están a 14 euros el kilo? ▶ 10,5
41. Tres cuartos de kilo de bacalao han costado 12 euros. ¿Cuánto cuesta un kilo? ▶ 16
42. En una parcela de 800 metros cuadrados, se ha construido una casa que ocupa  $\frac{2}{5}$  de la superficie y el resto se ha ajardinado. ¿Qué superficie ocupa la casa? ¿Y el jardín? ▶ 320; 480
43. De un depósito de riego de 45 000 litros, se han consumido siete octavas partes. ¿Cuántos litros quedan en el depósito? ▶ 5625
44. Un hotel tiene 80 habitaciones, de las que  $\frac{1}{5}$  están vacías. ¿Qué fracción de las habitaciones están ocupadas? ¿Cuántas están vacías? ▶ 16



45. Tres kilos de pasteles se reparten en cinco bandejas. Cada bandeja se vende por 6 euros. ¿A cómo se vende el kilo de pasteles? ▶ 10 €
46. He comprado  $\frac{2}{5}$  de una empanada que han pesado 300 gramos. ¿Cuánto pesaba la empanada completa? ▶ 750
47. Tres cuartos de un saco de arroz cuesta 12 euros. ¿A cómo sale el saco? ▶ 16 €

48. Un autobús cubre la distancia entre dos ciudades en tres horas. la primera hora hace  $\frac{3}{8}$  del trayecto, en la segunda hora hace los  $\frac{2}{3}$  de lo que queda y en la tercera, los 80 Km restantes. ¿Cuál es la distancia total recorrida? ▶ 384



49. Rosario ha sacado  $\frac{3}{5}$  del dinero que tenía en la hucha y aún le quedan 14 euros. ¿Cuánto tenía antes de abrirla? ▶ 35
50. (\*) Una amiga me pidió que le pasase un escrito a ordenador. El primer día pasé  $\frac{1}{4}$  del trabajo total, el segundo  $\frac{1}{3}$  de lo restante, el tercero  $\frac{1}{6}$  de lo que faltaba y el cuarto lo concluí, pasando 30 folios. ¿Puedes averiguar cuántos folios tenía el escrito? ▶ 72
51. Los libros en una estantería están repartidos como indica la tabla:

	Fracción	Libros
Matemáticas	$\frac{1}{2}$	
Física		
Literatura	$\frac{1}{6}$	10

Rellena las casillas que faltan y halla los libros que tiene la estantería.

52. Observa la siguiente tabla:

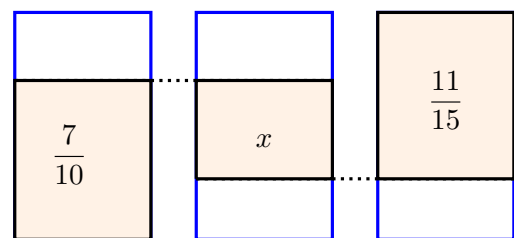
	Curso 1º	Curso 2º
Baloncesto	8	12
Futbol	7	10
Ajedrez	5	8

- a) ¿En que curso se practica más el futbol?  
 b) ¿En cuál más el Ajedrez?  
 c) ¿En cuál más el Baloncesto?
53. (\*) Un vendedor despacha, por la mañana, las  $\frac{3}{4}$  partes de las naranjas que tenía. Por la tarde vende  $\frac{4}{5}$  de las que le quedaban. Si al terminar el día aún le quedan 100 kg de naranjas, ¿cuántos kilos tenía? ▶ 2000 kg
54. Los gastos de una familia que dispone de 1200 euros, se desglosan de la siguiente manera

Gastos	Fracción	Euros
Alimentación	$\frac{1}{4}$	
Gas	$\frac{1}{12}$	
Electricidad	$\frac{1}{6}$	
Ocio		

Rellena las casillas que faltan.

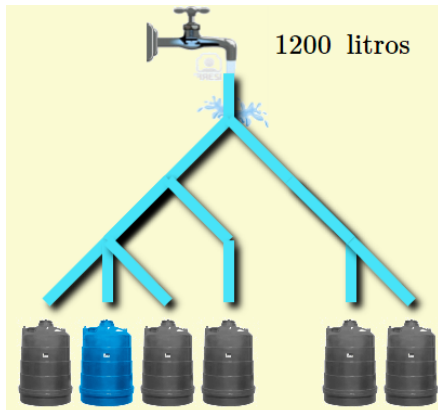
55. Una familia gasta  $\frac{2}{5}$  de su presupuesto en vivienda y  $\frac{1}{3}$  en comida. Si en vivienda gasta 5400 euros anuales, ¿qué cantidad gasta al año en comida? ▶ 4500
56. En estos tres rectángulos idénticos se ha sombreado una fracción. Halla la fracción  $x$  sombreada en el rectángulo central.



57. Ana ha comprado una tela para tapizar dos muebles. Ha utilizado  $\frac{2}{3}$  para un tresillo y  $\frac{2}{7}$  para un sofá. ¿qué fracción de tela le ha sobrado? ▶  $\frac{1}{21}$
58. El hijo mayor hereda de su padre los  $\frac{3}{5}$  del capital, el segundo los  $\frac{3}{4}$  del capital restante y al pequeño le quedan 12.000 €. ¿Cuál era la herencia? ▶ 120,000



59. Abrimos un grifo y vertemos 1200 litros de agua por una red de tuberías, como ves en la imagen. En cada bifurcación de la red, el agua se distribuye de forma uniforme y se recoge en unos depósitos. Halla la cantidad de litros que se recogen en cada depósito.



60. Me gasto  $\frac{3}{7}$  de mi dinero en un comic y  $\frac{1}{3}$  del resto en un bocadillo. Si aún me quedan 8 €, ¿cuánto tenía? ▶ 21
61. Un ciclista debe recorrer 105 km. El primer día recorre  $\frac{1}{3}$  del camino y el segundo día  $\frac{2}{5}$ , dejando el resto para el tercer día. ¿Cuántos kilómetros recorre el tercer día? ▶ 28 km
62. En las aulas de mi centro utilizamos Ordenadores, Tablets y Portátiles. Teniendo en cuenta los datos que aparecen en la imagen, completa las casillas vacías.

	Fracciones	Cantidad
Ordenadores	$\frac{1}{3}$	<input type="text"/>
Tablets	$\frac{\quad}{\quad}$	<input type="text"/>
Portátiles	$\frac{7}{12}$	161

63. Los alumnos de ESO de un centro educativo practican deportes según indica la tabla:

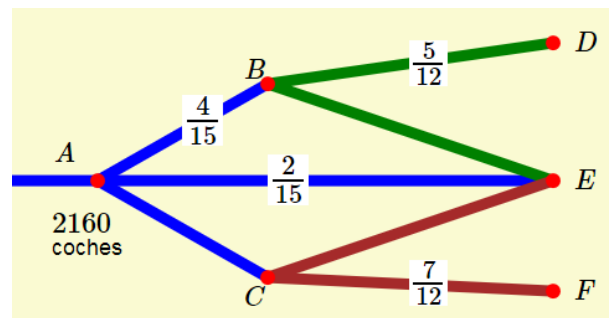
	Fracción	Alumnos
Futbol	$\frac{1}{2}$	<input type="text"/>
Baloncesto	<input type="text"/>	40
Ajedrez	$\frac{1}{6}$	<input type="text"/>

Rellena las casillas que faltan.

64. Un depósito de gasolina tiene 30 000 litros de capacidad y está lleno. Gastamos  $\frac{3}{8}$ , y luego  $\frac{1}{6}$ . ¿Cuántos litros quedan en el depósito?

▶ 13750 litros

65. En una red de carreteras que parte de A circulan coches hacia las ciudades D, E y F, pasando por B y C. En la imagen se indica en algunos tramos la fracción de coches que circulan por ese tramo o el número de coches que llegan a una de las ciudades. Halla el número de coches que llegan a D, E y F.



66. En una explotación agrícola sembraron la mitad de alfalfa y dejaron en barbecho la décima parte, quedando 20 hectáreas para otros cultivos. ¿Qué extensión tenía la finca? ▶ 50

67. Paula estudia el lunes 2 horas y media.

Dedica  $\frac{1}{3}$  del tiempo a matemáticas y  $\frac{1}{5}$  a ciencias. ¿Cuántos minutos dedica a cada asignatura?



¿Qué fracción dedica a las otras asignaturas?

▶ 50'; 30';  $\frac{8}{15}$ .